### 3 (Sem-2/CBCS) ECO HC 2

## 2023

## ECONOMICS

#### Paper : ECO-HC-2026

( Mathematical Methods in Economics-II )

(Honours Core)

Full Marks: 80

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

Answer either in English or in Assamese

- Answer the following as directed :
   1×10=10

   তলত দিয়াসমহৰ নির্দেশ অনুযায়ী উত্তৰ দিয়া :
  - (a) Write a triangular matrix.
    এটা ত্রিভুজীয় মৌলকক্ষ লিখা।
  - (b) State the condition under which the production function  $Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$  is a linearly homogeneous production function.  $Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$  উৎপাদন ফলনটো সৰলবৈখিক মাত্ৰাৰ

Q = AK "D" ওৎপাদন ফলনঢো সৰলৰোখক মাত্ৰাৰ সদৃশ উৎপাদন ফলন হোৱাৰ চৰ্তটো লিখা।

A23/753

(Turn Over)

(c) The function f is called homothetic if  $f(x) = f(y) \Rightarrow f(tx) \neq f(ty), t > 0$ .

(Write True or False) f ফলনটো সমৰূপ হয় যদি  $f(x) = f(y) \Rightarrow f(tx) \neq f(ty), t > 0.$ (সত্য নে অসত্য লিখা)

- (d) Give an example of an implicit function. এটা অন্তর্নিহিত ফলনৰ উদাহৰণ দিয়া।
- (e) Write an identity matrix of order n.
  n-মাত্রাৰ এটা অভেদ মৌলকক্ষ লিখা।
- (f) Economists call Lagrange multiplier λ
  a \_\_\_\_\_.
  ( saddle point/shadow price )
  ( Fill in the blank )

লাগ্রাঞ্জ গুণক λক অর্থনীতিবিদসকলে \_\_\_\_ বুলি কয়।

( পৰ্য্যাণ বিন্দু/আনুমানিক দৰ )

( খালী ঠাই পূৰণ কৰা )

( Continued )

(g) What is the norm of the following matrix?

তলত দিয়া মৌলকক্ষটোৰ প্ৰতিমান কি হ'ব?

 $\begin{bmatrix} 1 & -7 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ 

(*i*) - 2 (*ii*) - 1 (*iii*) 10 (*iv*) - 10

( Choose the correct answer ) ( শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা )

(h) State mathematically the necessary condition for equilibrium of a price discriminating monopoly market.

> দৰ বিভেদীকৃত একচেটীয়া বজাৰৰ ভাৰসাম্য নিৰ্ধাৰণৰ বাবে প্ৰয়োজনীয় গাণিতিক চৰ্তটো লিখা।

(i) If we interchange any two rows or two columns of a determinant, then its value remains unchanged.

( Write True or False ) যদি এটা নিৰ্ধাৰকৰ দুটা শাৰী বা দুটা স্তম্ভ সালসলনি কৰা হয়, তেন্তে ইয়াৰ মান একে থাকে যদিও চিহ্ন সলনি হয়।

( সত্য নে অসত্য লিখা )

(Turn Over)

(j) What is the trace of a skew-symmetric matrix?

তিৰ্যক-সমমিত মৌলকক্ষৰ অনুৰেখ কি হ'ব?

- Answer the following questions : 2×5=10
  তলত দিয়া প্রশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :
  - (a) Distinguish between a scalar and a vector.

অদিশ ৰাশি আৰু সদিশ ৰাশিৰ মাজত পাৰ্থক্য লিখা।

(b) Differentiate  $x^4 + y^2 = 25$  implicitly.

অন্তর্নিহিত ফলন  $x^4 + y^2 = 25$ ৰ অৱকল নির্ণয় কৰা।

(c) For what value of  $\beta$ ,  $A = \begin{bmatrix} \beta & \beta^2 - 1 \\ 2 & \beta + 1 \end{bmatrix}$  is a symmetric matrix?

 $\beta$ ৰ কি মানৰ বাবে  $A = \begin{bmatrix} \beta & \beta^2 - 1 \\ 2 & \beta + 1 \end{bmatrix}$  এটা সমমিত মৌলকক্ষ হ'ব?

( Continued )

(d) What will be the solution of the following difference equation by iterative method?

তলত দিয়া ভেদ সমীকৰণটোৰ পৌনঃপুনিক পদ্ধতিত সমাধান কি হ'ব?

$$y_{t+1} - 0 \cdot 3y_t = 0$$

(e) What value must x have so that the following matrix A does not have an inverse?

তলত দিয়া A মৌলকক্ষটোৰ প্ৰতিলোম নথকাৰ বাবে *ম*ৰ মান কি হ'ব লাগিব?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2+x \\ x & -1 \end{bmatrix}$$

- Answer the following questions (any four) : 5×4=20
   তলত দিয়া প্রশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো চাৰিটা) :
  - (a) Find the extreme value of the following function :

তলত দিয়া ফলনটোৰ চৰম মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$Z = e^{2x} - 2x + 2y^2 + 3$$

A23/753

( Turn Over )

(b) Calculate the 3×3 matrix  $A = (a_{ij})_{3\times3}$ with  $a_{ij} = 2i - j$ .

 $A=(a_{ij})_{3 imes 3}$  মৌলকক্ষটো নির্ণয় কৰা যদি $a_{ij}=2i-j$  হয়।

(c) Show that the following function is a homogeneous function of degree  $\frac{5}{2}$ : তলত দিয়া ফলনটো এটা  $\frac{5}{2}$  মাত্রাৰ সদৃশ ফলন বুলি দেখুওৱা :

$$f(x, y) = \frac{x^3 - y^3}{x^{1/2} + y^{1/2}}$$

(d) Using the properties of determinant, show that

নিৰ্ধাৰকৰ ধৰ্ম প্ৰয়োগ কৰি দেখুওৱা যে

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

A23/753

(Continued)

(e) For F(y, x) = 0, is the following implicit function defined around the point (y = 3, x = 1)?

> F(y, x) = 0 ৰ বাবে তলত দিয়া অন্তর্নিহিত ফলনটো (y = 3, x = 1) বিন্দুত সম্ভৱনে?

$$x^3 - 2x^2y - 3xy^2 - 22 = 0$$

(f) Show that the following function is continuous but not differentiable at x = 2: তলত দিয়া ফলনটো x = 2 বিন্দুত অবিছিন্ন কিন্তু

তলত দিয়া ফলনটো x = 2 বিপুত আবাহুন্ন কিন্তু অৱকলনীয় নহয় বুলি দেখুওৱা :

$$f(x) = x - 1, \quad x < 2$$
  
= 2x - 3,  $x \ge 2$ 

- Answer the following questions : 10×4=40
  তলত দিয়া প্রশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :
  - (a) A monopolist produces his product in two different plants and his total cost functions are given by

$$TC_1 = 20 - 4Q_1 + \frac{1}{2}Q_1^2$$
$$TC_2 = 40 - 8Q_2 + Q_2^2$$

(Turn Over)

If the average revenue function is given by AR = 40 - Q where  $Q = Q_1 + Q_2$ , then find profit maximizing outputs and maximum profit. 5+5=10

এজন একচেটীয়া বিক্রেতাই দুটা ভিন্ন প্রকল্পত উৎপাদন কৰা সামগ্রীৰ মুঠ ব্যয় ফলন হ'ল

$$TC_1 = 20 - 4Q_1 + \frac{1}{2}Q_1^2$$
$$TC_2 = 40 - 8Q_2 + Q_2^2$$

যদি গড় আয় ফলন AR = 40 - Q য'ত  $Q = Q_1 + Q_2$  হয়, তেন্তে সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী উৎপাদনৰ পৰিমাণসমূহ আৰু সৰ্বোচ্চ লাভ নিৰ্ণয় কৰা।

Or / অথবা

Find the only possible solution to the problem

Maximize  $x^2y^3z$  subject to x+y+z=12 10

x + y + z = 12 প্ৰতিবন্ধক থকা x<sup>2</sup>y<sup>3</sup>z ফলনটোৰ সৰ্বোচ্চ মান নিৰ্ণয়ৰ একমাত্ৰ সমাধানটো নিৰ্ণয় কৰা।

(Continued)

 (b) Analyze the following market model for stability : 10

তলত দিয়া বজাৰ আৰ্হিটোৰ সুস্থিৰতা বিশ্লেষণ কৰা :

 $Q_D = 10 - 5P$  $Q_S = -10 + 20P$  $\frac{dp}{dt} = 3(Q_D = Q_S)$ 

Solve the following simple market model by *(i)* Cramer's rule and *(ii)* matrix inversion method : 5+5=10

তলত দিয়া সৰল বজাৰ আৰ্হিটো *(i)* ক্ৰেমাৰৰ নিয়ম আৰু *(ii)* প্ৰতিলোমীয় মৌলকক্ষ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

 $Q_D = a - bP$  $Q_S = -c + dP$  $Q_D = Q_S$ 

(c) If the cost function of a firm is C = L + 2K and the production function is Q = LK, then find the value of L and K so that 50 units can be produced at minimum cost.

A23/753

(Turn Over)

10

# ( 10 )

যদি এখন উৎপাদন প্ৰতিষ্ঠানৰ ব্যয় ফলন C = L + 2K আৰু উৎপাদন ফলন Q = LK হয়, তেন্তে 50 টা গোট সৰ্বনিম্ন ব্যয়ত উৎপাদনৰ বাবে Lআৰু Kৰ মান কিমান হ'ব লাগিব, উলিওৱা।

#### Or / অথবা

A price discriminating firm of monopoly market has the following demand curves and cost functions. Find the—

- (i) profit maximizing outputs;
- (ii) profit maximizing prices;
- (iii) maximum profit;
- (iv) elasticities of demand of the two price discriminating markets.

4+2+2+2=10

দৰ বিভেদীকৃত এখন একচেটীয়া বজাৰৰ উৎপাদন প্ৰতিষ্ঠানৰ চাহিদা ৰেখা আৰু ব্যয় ফলন তলত দিয়া হৈছে। নিৰ্ণয় কৰা—

- (i) সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী উৎপাদনৰ পৰিমাণ
- (ii) সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী দৰ
- (iii) সর্বোচ্চ লাভ
- (iv) দুয়োখন দৰ বিভেদীকৃত বজাৰৰ চাহিদাৰ
  স্থিতিস্থাপকতা :

 $P_1 = 60 - 4Q_1$   $P_2 = 42 - 3Q_2$  $C = 50 + 12Q, \quad Q = Q_1 + Q_2$ 

A23/753

(Continued)

(d) Given the demand and supply function for the Cobweb model as follows, find the intertemporal equilibrium price and determine whether the time path is convergent or divergent :

তলত দিয়া মকৰাজাল আৰ্হিৰ চাহিদা আৰু যোগান ফলনৰ পৰা আন্তঃসাময়িক ভাৰসাম্য দৰ নিৰ্ণয় কৰা আৰু সময় গতিপথটো অভিসাৰী নে অপসাৰী হ'ব, নিৰ্ণয় কৰা : 10

$$Q_{Dt} = 18 - 3P_t$$
$$Q_{St} = -3 + 4P_{t-1}$$

Solve the following two equations : 5+5=10 তলত দিয়া সমীকৰণ দটা সমাধান কৰা :

(i) 
$$\frac{dy}{dx} + 5y = 10, y(0) = 6$$

(ii) 
$$y_{t+1} + 3y_t = 2, y(0) = 5$$

\*\*\*

A23-6000/753

3 (Sem-2/CBCS) ECO HC 2