

Total number of printed pages-19

3 (Sem-6/CBCS) MAT RE 1/2

2024

MATHEMATICS

(Regular Elective)

Answer the Questions from any one Option.

OPTION-A

(Numerical Analysis)

Paper : MAT-RE-6016

Full Marks : 80

Time : Three hours

OPTION-B

(Programming in C)

Paper : MAT-RE-6026

Full Marks : 60

Time : Three hours

***The figures in the margin indicate
full marks for the questions.***

Answer either in English or in Assamese.

Contd.

OPTION-A

(Numerical Analysis)

Paper : MAT-RE-6016

1. Answer the following questions : $1 \times 10 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) Express the following system of equation in matrix form :

তলত উল্লেখ কৰা সমীকৰণ প্ৰণালীটো মৌলিক আকাৰত প্ৰকাশ কৰা :

$$2x + 3y - 5z = 6, \quad x - 3y + 4z = -5,$$

$$5x - y + 11z = 7$$

- (b) What is the 6th order difference of the 5th degree polynomial ?

5-তম মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশিৰ 6-তম ক্ৰমৰ অন্তৰ কি হ'ব ?

- (c) What is the degree of the interpolating polynomial passing through n -points ?

n টা বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা অন্তৰ্বেশন বহুপদ ৰাশিৰ ঘাট কিমান ?

(i) 2

(ii) $\geq n$

(iii) $\leq n$

(iv) $< n$

(d) Evaluate $E^2 x^2$ when $h = 2$.

$h = 2$ হ'লে $E^2 x^2$ নির্ণয় কৰা।

(e) State True or False :

শুদ্ধ নে অশুদ্ধ উল্লেখ কৰা :

“Simpson's $\frac{1}{3}$ -rule is applicable only when n is a multiple of 3.”

“চিম্পচনৰ $\frac{1}{3}$ বিধি প্রযোজ্য হ'ব যেতিয়া n একমাত্র 3-ৰ গুণিতক হয়।”

(f) In the Gaussian elimination method, the resulting co-efficient matrix for the linear system of equations is transformed into

Gaussian elimination বিধি ব্যৱহাৰ কৰোতে এটা বৈখিক গোটৰ গুণাংক মৌলকক্ষ কোনটো ৰূপলৈ ৰূপান্তৰ হয়?

(i) lower triangular matrix

নিম্ন ত্ৰিকোণীয় মৌলকক্ষ

(ii) upper triangular matrix

উচ্চ ত্ৰিকোণীয় মৌলকক্ষ

(iii) diagonal matrix

কৰ্ণ মৌলকক্ষ

(iv) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(Choose the correct option)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা)

(g) In trapezoidal rule, for the interval $(0, 1)$, if $h = 0.25$, then what is the value of n ?

$(0, 1)$ অন্তৰালত ট্ৰেপিজইড'ল সূত্ৰত $h = 0.25$ হ'লে n -ৰ মান কি?

(h) Which of the following methods is not used for numerical integration?

তলৰ কোনটো বিধি সংখ্যাগ্ৰক অনুকলনৰ বাবে ব্যৱহাৰ নহয়?

(i) Trapezoidal rule

(ii) Simpson's rule

(iii) Gauss iteration

(iv) Romberg integration

(Choose the correct option)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা)

(i) Fill in the blanks (খালী ঠাই পূৰণ কৰা) :

$$f(x) - f(x-h) = \underline{\hspace{2cm}}$$

(j) Write the Lagrange's interpolation formula passing through two points (x_0, f_0) and (x_1, f_1) .

(x_0, f_0) আৰু (x_1, f_1) বিন্দু দুটাৰ মাজেৰে যোৱা লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো লিখা।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Construct the forward difference table for the following data :

তলত দিয়া তালিকাৰ পৰা ফৰৱাৰ্ড অন্তৰৰ টেবুল গঠন কৰা :

x	:	1	2	3	4
y	:	10	13	22	43

(b) Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে) :

$$E^{-1} = 1 - \nabla$$

(c) Find the 3rd divided difference of $f(x) = x^3 - 2x$ with arguments 2, 4, 9, 10.

$f(x) = x^3 - 2x$ হ'লে, বাশিসূচক 2, 4, 9, 10-ৰ কাৰণে তৃতীয় বিভাজিত অন্তৰৰ মান উলিওৱা।

(d) Write a short note on numerical integration.

সংখ্যাাত্মক অনুকলনৰ ওপৰত এটি চমু টোকা লিখা।

(e) What are the two types of methods for finding numerical solutions to ODE ?

ODE সমাধান কৰা দুইবিধ সংখ্যাগত পদ্ধতি কি?

3. Answer **any four** questions : $5 \times 4 = 20$

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Show that (দেখুওৱা য়ে) :

$$\Delta \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x) \cdot \Delta f(x) - f(x) \cdot \Delta g(x)}{g(x) \cdot E(g(x))}$$

(b) Use Gauss-Jordan method to solve :

Gauss-Jordan পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰা :

$$2x - 3y - 5z = -5, \quad x + y + 2z = 4,$$

$$3x + y - 3z = -4$$

(c) Find the equation of the polynomial passing through the points (4, -43), (7, 83), (9, 327) and (12, 1053) using Newton's divided difference formula.

নিউটনৰ বিভাজিত অন্তৰৰ সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰি

(4, -43), (7, 83), (9, 327) আৰু (12, 1053)

বিন্দুকেইটাৰ মাজেৰে যোৱা বহুপদ ৰাশিটো উলিওৱা।

(d) Given $\frac{dy}{dx} = x + y$ with $y = 0$ for $x = 0$.

Find the value of y at $x = 1$ taking $h = 0.2$.

দিয়া আছে, $\frac{dy}{dx} = x + y$, য'ত $y = 0$ যেতিয়া

$x = 0$. $h = 0.2$ লৈ y -ৰ মান উলিওৱা যেতিয়া $x = 1$.

(e) Find $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule.

চিম্পচনৰ $\frac{1}{3}$ সূত্র ব্যৱহাৰ কৰি $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ ৰ মান

উলিওৱা।

(f) Consider the points $(x_0, y_0) = (1, 2)$,

$(x_1, y_1) = (2, 4)$, $(x_2, y_2) = (3, 8)$,

$(x_3, y_3) = (4, 16)$, $(x_4, y_4) = (5, 32)$.

Estimate $f'(x_2) = f'(3)$ using Newton's forward, backward and central difference formula.

$$(x_0, y_0) = (1, 2), (x_1, y_1) = (2, 4),$$

$$(x_2, y_2) = (3, 8), (x_3, y_3) = (4, 16),$$

$$(x_4, y_4) = (5, 32). \text{ এই বিন্দুসমূহৰ পৰা}$$

$$f'(x_2) = f'(3) \text{ৰ আনুমানিক মান অগ্রগামী,}$$

পশ্চাৎৱৰ্তী আৰু কেন্দ্ৰীয় অন্তৰৰ সূত্ৰৰ সহায়ত উলিওৱা।

4. Answer **any four** questions : $10 \times 4 = 40$

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Derive Newton-Gregory backward difference interpolation formula. Use it to obtain an interpolating polynomial from the following data : $5+5=10$

নিউটন-গ্ৰেগৰী পশ্চাৎগামী অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো প্ৰাপ্ত কৰা।

ইয়াক ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ তথ্যসমূহৰ পৰা অন্তৰ্বেশন

বহুপদ উলিওৱা :

x	:	0	2	4	6
$f(x)$:	8	11	20	41

(b) (i) Obtain the missing values of the table given below :

তলত দিয়া তালিকাখনৰ খালী ঠাই পূৰণ কৰা :

x :	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
y :	0.135	-	0.111	0.100	-	0.082	0.074

(ii) If $f(x)$ be a polynomial of degree n , then prove that

$$\Delta^n f(x) = \text{constant}$$

$$\text{and } \Delta^{n+1} f(x) = 0.$$

$$5+5=10$$

$f(x)$ এটা n -ঘাটৰ বহুপদ বাশি হ'লে প্রমাণ কৰা

$$\text{যে } \Delta^n f(x) = \text{ধ্রুবক আৰু } \Delta^{n+1} f(x) = 0.$$

(c) Solve by Gauss-Seidel method correct to 4-decimal place :

গাউচ-চেয়দেল পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰা 4 দশমিক শুদ্ধ স্থানলৈ :

$$28x + 4y - z = 32$$

$$x + 3y + 10z = 24$$

$$2x + 17y + 4z = 35$$

- (d) Evaluate $\int_2^{10} \frac{dx}{1+x}$ by using Simpson's rule and trapezoidal rule.

চিম্পচন আৰু ট্ৰেপিজইডাল বিধি ব্যৱহাৰ কৰি $\int_2^{10} \frac{dx}{1+x}$

নিৰ্ণয় কৰা।

- (e) Apply modified Euler's method to evaluate y when $x=0.05$ and $x=0.10$ for $\frac{dy}{dx} = x + y$; $y(0) = 1$.

$x = 0.05$ আৰু $x = 0.10$ ত modified Euler ৰ

বিধি প্ৰয়োগ কৰি $\frac{dy}{dx} = x + y$; $y(0) = 1$ -ৰ বাবে

y -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

- (f) Write a short note on midpoint method. Why is it superior to Euler's method? Use midpoint method to solve

$$\frac{dy}{dx} = yx^2 = 1.2y; y(0) = 1,$$

for $0 \leq x \leq 2$.

2+2+6=10

Midpoint বিধিৰ ওপৰত এটা চমু টোকা লিখা।

ই Euler-ৰ বিধিতকৈ কিয় উন্নত? Midpoint পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰা।

$$\frac{dy}{dx} = yx^2 = 1.2y; y(0) = 1,$$

$0 \leq x \leq 2$ ৰ বাবে।

- (g) (i) From the following table find the number of students who obtained marks less than 45 :

তলত উল্লেখ কৰা তালিকাৰ পৰা 45 নম্বৰৰ তলত পোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা :

Marks : 30-40 40-50 50-60 60-70 70-80

নম্বৰ

No. of students : 31 42 51 35 31

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা

- (ii) A third degree polynomial passes through the points (3, 3), (2, 12), (1, 15) and (-1, -21). Find the polynomial.

$$5+5=10$$

এটা ত্ৰিমাট্ৰিক বহুপদ বাশি (3, 3), (2, 12), (1, 15) আৰু (-1, -21) বিন্দুকেইটাৰ মাজেৰে যায়। বহুপদ বাশিটো নিৰ্ণয় কৰা।

(h) Obtain a general quadrature formula

$$\text{for } \int_a^b f(x) dx.$$

Hence deduce Simpson's $\frac{1}{3}$ rule.

$$5+5=10$$

$\int_a^b f(x) dx$ -ৰ বাবে সাধাৰণ বৰ্গ হিচাপত কালি
(quadrature) সূত্রটো উলিওৱা।

ইয়াৰ পৰা চিম্পচনৰ $\frac{1}{3}$ সূত্রটো নিৰ্ণয় কৰা।