

Total No. of printed pages = 12

3 (Sem 5) MAT 2

2015

MATHEMATICS

(General)

Paper : 5.2

(Numerical Methods and Spherical Astronomy)

Full Marks – 80

Time – Three hours

The figures in the margin indicate full marks
for the questions.

Answer either in English or in Assamese.

উত্তৰ ইংৰাজী অথবা অসমীয়াত কৰিবা।

Group – A / বিভাগ - ক

(Numerical Methods)

(Marks – 30)

1. Answer the following questions : 1×4=4

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Define operators Δ and E.

সংকাৰক Δ আৰু E-ৰ সংজ্ঞা লিখা।

(b) Write down the relation between Δ and E.

Δ আৰু Eৰ মাজৰ সম্পৰ্কটো লিখা।

[Turn over

(c) Write down the value of Ex^3 .

Ex^3 -ৰ মান লিখাঁ।

(d) Mention one assumption for the validity of various methods used for interpolation.

ইন্টাৰপ'লেছনৰ বিভিন্ন বিধিৰ (methods) বৈধতাৰ বাবে ল'ব লগীয়া এটা প্ৰতিজ্ঞা (পূৰ্বচৰ্ত্ত) উল্লেখ কৰাঁ।

2. Answer the following questions : $2 \times 3 = 6$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) Evaluate (মান নিৰ্ণয় কৰাঁ) : $\Delta^2 (3e^x)$

(b) Construct a forward difference table with the following data :

তলত দিয়া তালিকাৰ পৰা অগ্ৰগামী (forward) অন্তৰৰ টেবুল এখন গঠন কৰাঁ :

x :	0	1	2	3
y :	3	6	11	18

(c) If $f(x) = \frac{1}{x^2}$, find the divided differences $f(a, b)$ and $f(a, b, c)$.

$f(x) = \frac{1}{x^2}$ হ'লে, বিভাজিত অন্তৰ $f(a, b)$ আৰু $f(a, b, c)$ উলিওৰাঁ।

3. (a) (i) Evaluate (মান উলিওৱাঁ) $\Delta \cot 2^x$

(ii) Prove that (প্রমাণ কৰা য়ে)

$$e^x = \left(\frac{\Delta^2}{E} \right) e^x \cdot \frac{Ee^2}{\Delta^2 e^x} \quad 2+3=5$$

Or / অথবা

Estimate the missing value : 5

খালী পদটো পূৰণ কৰাঁ :

x	:	0	1	2	3	4
y = f(x)	:	1	3	9	—	81

(b) From the following table, estimate the number of students who obtained less than 70 marks : 5

তলৰ তালিকাখনৰ পৰা 70 তকৈ কম নম্বৰ লাভ কৰা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা উলিওৱাঁ :

Marks নম্বৰ	No. of students ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
0 - 19	41
20 - 39	62
40 - 59	65
60 - 79	50
80 - 99	17

Or / অথবা

State and prove Lagrange's interpolation formula.

1+4=5

লাগ্ৰাঞ্জৰ ইন্টাৰপ'লেছন সূত্ৰৰ উক্তি আৰু প্ৰমাণ দিয়া।

4. Answer either (a) or (b) : 10

(a) অথবা (b)ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Obtain $\sqrt{12}$ to 5 decimal places using Newton-Raphson method.

নিউটন-ৰাফছন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $\sqrt{12}$ ৰ মান 5 দশমিক স্থানলৈ উলিওৱা।

(b) Determine the real root of $\tan x = x$ by iteration method.

পুনৰাবৃত্তি পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $\tan x = x$ সমীকৰণৰ বাস্তৱ মূল উলিওৱা।

(Spherical Astronomy)

(Marks – 50)

5. Answer the following questions : $1 \times 6 = 6$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) How many great circles can be drawn through two given points, when the points are the extremities of a diameter ?

দুটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰ মাজেৰে কেইটা গুৰু বৃত্ত আঁকিব পাৰি, যদিহে বিন্দু দুটা এটা ব্যাসৰ শীৰ্ষবিন্দু হয় ?

(b) Fill in the blanks :

খালী ঠাই পূৰণ কৰা :

The sum of three angles of a spherical triangle is greater than _____ right angles and is less than _____ right angles.

এটা গোলক ত্ৰিভুজৰ কোণ কেইটাৰ মাপৰ যোগফল _____ সমকোণতকৈ বেছি আৰু _____ সমকোণতকৈ কম হয়।

- (c) What are the relations between the elements of a spherical triangle and that of its polar triangle.

এটা গোলক ত্ৰিভুজ আৰু তাৰ ধ্ৰুৱীয় ত্ৰিভুজৰ উপাদান (মৌল)বোৰৰ মাজৰ সম্পৰ্ক কি লিখাঁ।

- (d) What is the point on the celestial sphere whose latitude, longitude, right ascension and declination, all are zero.

নভোগোলকৰ কোনটো বিন্দুৰ অক্ষাংশ, দ্ৰাঘিমাংশ, বিষুৱাংশ আৰু বিষুৰ লম্ব, সকলো শূন্য (0) হয়।

- (e) Name the two points in which the ecliptic cuts the equator on the celestial sphere.

নভোগোলকত কি বিন্দুত ক্ৰান্তি বৃত্তই নভোবিষুৱক কাটে ?

- (f) Define hour angle of a heavenly body.

এটা জ্যোতিষ্কৰ হোৰা কোণৰ সংজ্ঞা লিখাঁ।

6. (a) Draw a neat diagram of the celestial sphere showing the horizontal co-ordinates of a heavenly body. 2

জ্যোতিষ্ক এটাৰ অনুভূমিক প্ৰণালীৰ স্থানাংক দেখুৱাই নভোগোলকৰ এটা পৰিষ্কাৰ চিত্ৰ আঁকা।

(b) Prove that the section of the surface of a sphere made by any plane is a circle.

2

প্রমাণ কৰা যে, এখন সমতলে এটা গোলকৰ ছেদ কৰা অংশটো এটা বৃত্ত হয়।

7. (a) In any spherical triangle ABC, prove that :

5

গোলক ত্ৰিভুজ ABCৰ ক্ষেত্ৰত, প্রমাণ কৰা যে :
 $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A.$

Or / অথবা.

In an equilateral spherical triangle ABC, prove that :

ABC এটা সমবাহু গোলক ত্ৰিভুজ, দেখুওৱা যে :

$$2 \sin \frac{1}{2}A, \cos \frac{1}{2}a = 1.$$

(b) If the zenith distance and azimuth of a star are given at a place of latitude ϕ , show how to calculate its hour angle and declination ?

5

ϕ অক্ষাংশৰ এখন ঠাইত এটা জ্যোতিষ্কৰ নভাংশ আৰু দিগন্তাংশ দিয়া থাকিলে, জ্যোতিষ্কটোৰ হোৰা কোণ আৰু বিষুৰ লম্ব কেনেকৈ নিৰ্ণয় কৰা হয় ?

Or / অথবা

If the equatorial co-ordinates (α, δ) of a heavenly body are given, show how to calculate its ecliptic co-ordinates (λ, β) ?

5

এটা জ্যোতিষ্কৰ বিষুৱীয়, প্ৰণালীত স্থানাংক (α, δ) দিয়া থাকিলে জ্যোতিষ্কটোৰ ব্ৰাহ্মীয় প্ৰণালীত স্থানাংক (λ, β) কেনেকৈ নিৰ্ণয় কৰা হয় ?

8. Answer either (a) or (b) :

(a) অথবা (b)ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) (i) When is a star said to rise or set ? Show that at the position of setting, the hour angle H of a star is given by

$$\cos H = -\tan \phi \tan \delta$$

where ϕ is the latitude of the place and δ is the declination of the star.

2+4=6

কেতিয়া এটা জ্যোতিষ্কৰ উদয় আৰু অস্ত হোৱা বুলি কোৱা হয় ?

এটা জ্যোতিষ্কৰ উদয়াস্তত (setting) হোৱা কোণ H , ঠাইৰ অক্ষাংশ ϕ আৰু বিষুৱ লম্ব δ হ'লে, প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos H = -\tan \phi \tan \delta$$

- (ii) Obtain a relation between the latitude of a place, the declination and meridian zenith distance of a heavenly body. 4

কোনো জ্যোতিষ্কৰ ঠাইৰ অক্ষাংশ, বিষুব লম্ব আৰু মধ্য নভাংশৰ মাজত সম্পৰ্কটো নিৰ্ণয় কৰা।

- (b) (i) When is a star said to be circum polar? If z_1 and z_2 are the meridian zenith distances of a circum polar star, show that

$$\phi = 90^\circ - \frac{z_2 + z_1}{2} \quad \text{and}$$

$$\delta = 90^\circ - \frac{z_2 - z_1}{2}$$

where ϕ is the observer's latitude and δ is the declination of the star. 1+4=5

পৰিষ্কৰী তৰা কাক বোলে ?

এটা পৰিষ্কৰী তৰাৰ মধ্য নভাংশ z_1 আৰু z_2 , ঠাইৰ অক্ষাংশ ϕ আৰু বিষুব লম্ব δ হ'লে প্রমাণ কৰা যে

$$\phi = 90^\circ - \frac{z_2 + z_1}{2} \quad \text{and}$$

$$\delta = 90^\circ - \frac{z_2 - z_1}{2}$$

- (ii) The altitudes of a circum polar star at upper and lower transit are $79^{\circ}25'$ and $23^{\circ}35'$. Find the latitude of the place and declination of the star. 5

এটা পৰিধ্বৰী তৰাৰ উচ্চ আৰু নিম্ন মধ্য গমনত (transit) উন্নতাংশ $79^{\circ}25'$ আৰু $23^{\circ}35'$ । তৰাটোৰ বিষুৰ লম্ব আৰু ঠাইৰ অক্ষাংশ উলিওৱা।

9. Answer either (a) or (b) :

(a) অথবা (b)ৰ উত্তৰ কৰা :

- (a) (i) State Newton's law of gravitation. Deduce Kepler's third law of motion from it. 2+4=6

নিউটনৰ মাধ্যাকৰ্ষণ সূত্রটো লিখা আৰু ইয়াৰ পৰা গ্ৰহৰ গতি সম্বন্ধীয় কেপ্লাৰৰ তৃতীয় সূত্রটো উলিওৱা।

- (ii) Write short notes on sidereal period and synodic period of a planet. 4

গ্ৰহৰ নাক্ষত্র কাল আৰু সংযুতি কালৰ ওপৰত এটা চমু টোকা লিখা।

- (b) (i) Show that the velocity of a planet in its

$$\text{orbit is } v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

where 'a' is the semi major axis of the planet's orbit. 6

দেখুওৱাঁ যে কক্ষপথত এটা গ্ৰহৰ বেগ

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)^{1/2}}$$

য'ত 'a' গ্ৰহটোৰ কক্ষপথৰ অৰ্ধ গুৰু অক্ষ হয়।

- (ii) If v_1 and v_2 are the linear velocities of a planet at perihelion and aphelion respectively and e is the eccentricity of the planets orbit then prove that

$$(1 - e) v_1 = (1 + e) v_2 \quad 4$$

এটা গ্ৰহৰ অনুসূৰ (perihelion) আৰু অপসূৰ অৱস্থানত বৈখিক বেগ v_1 আৰু v_2 আৰু গ্ৰহটোৰ কক্ষপথৰ উৎকেন্দ্ৰতা e হ'লে প্ৰমাণ কৰাঁ যে

$$(1 - e) v_1 = (1 + e) v_2$$

10. (a) Define geocentric parallax of a heavenly body and show that, it varies as the sine of the apparent zenith distance. 6.

জ্যোতিষ্ক এটাৰ ভূকেন্দ্ৰিক লম্বনৰ সংজ্ঞা দিয়াঁ আৰু দেখুওৱাঁ যে, ই জ্যোতিষ্কটোৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা বাহ্যিক দূৰত্বৰ চাইনৰ (sine) প্ৰত্যক্ষ বিচৰণশীল।

Or / অথবা

Define annual parallax of a heavenly body.

- Prove that the annual parallax varies as the sine of the angular distance of the sun from the star.

জ্যোতিষ্ক এটাৰ বাৰ্ষিক লম্বনৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে কোনো এটা তৰাৰ পৰা সূৰ্য্যৰ কৌণিক দূৰত্বৰ ছাইনৰ সৈতে বাৰ্ষিক লম্বন প্রত্যক্ষ বিচৰণশীল।

- (b) Where must a star be situated so as to have no displacement due to annual parallax ? Explain. 2

ক'ত থাকিলে বাৰ্ষিক লম্বনৰ ফলত তৰা এটাৰ বিস্থাপন নহয় ? ব্যাখ্যা কৰা।

- (c) If the horizontal parallax of the sun is $8''.8$ and the observed zenith distance is 60° , find the actual zenith distance. 2

সূৰ্য্যৰ আনুভূমিক লম্বন $8''.8$ আৰু প্ৰেক্ষিত নভাংশ 60° হ'লে, প্ৰকৃত নভাংশ উলিওৱা।