Total No. of printed pages = 17

3 (Sem-1) PHY-HG/RC 1

2019

PHYSICS

(Honours Generic / Regular)

Paper : PHY-HG-1016/RC-1016

(Mechanics)

Full Marks – 60

Time – Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer either in English or in Assamese.

ইংৰাজী অথবা অসমীয়াত উত্তৰ কৰিবা।

1. Answer any *seven* questions : 1×7=7

যিকোনো সাতটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) If $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, what is $\vec{A} \times \vec{B}$?

যদি $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ আৰু $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ তেন্তে $\vec{A} \times \vec{B}$ৰ মান কি ?

(i) $-5\hat{i}+7\hat{j}+11\hat{k}$ (ii) $5\hat{i}+7\hat{j}+11\hat{k}$

(iii) $5\hat{i}-7\hat{j}-11\hat{k}$ (iv) $-5\hat{i}-7\hat{j}+11\hat{k}$

(b) Radius vector as a function of time in circular motion with angular velocity ω is

$$\vec{r}=(\cos\omega t)\hat{i}+(\sin\omega t)\hat{j}.$$

What is the value of $\vec{r}\cdot\vec{v}$?

বৃত্তীয় গতিৰ কৌণিক বেগ ω হ'লে ব্যাসাৰ্ধ ভেক্টৰটো $\vec{r}=(\cos\omega t)\hat{i}+(\sin\omega t)\hat{j}$ বুলি প্ৰকাশ কৰা হয়। $\vec{r}\cdot\vec{v}$ ৰ মান কি ?

(i) 1 (ii) −1

(iii) 0 (iv) ω^2

(c) A differential equation is given by

$$a(x)\,d^2y/dx^2 + b(x)(dy/dx)^2 = 0.$$

It is an example of :

এটা অৱকলনীয় সমীকৰণ তলত দিয়া ধৰণে প্ৰকাশ কৰা হ'ল।

$$a(x)\,d^2y/dx^2 + b(x)(dy/dx)^2 = 0$$

ই কেনেকুৱা শ্ৰেণীৰ সমীকৰণ ?

(i) First order differential equation

প্ৰথম মাত্ৰাৰ অৱকল সমীকৰণ

(ii) First order linear differential equation

প্ৰথম মাত্ৰাৰ ৰৈখিক অৱকল্ সমীকৰণ

(iii) Second order linear differential equation

দ্বিতীয় মাত্ৰাৰ ৰৈখিক অৱকল সমীকৰণ

(iv) Second order non-linear differential equation

দ্বিতীয় মাত্ৰাৰ অৰৈখিক অৱকল সমীকৰণ

(d) Which one of the following relations signifies conservation of angular momentum ?

তলত দিয়া কোনটো সম্পৰ্কই কৌণিক ভৰবেগৰ সংৰক্ষণশীলতা বুজায়?

(i) $\vec{r} \cdot \vec{v} =$ constant (ii) $\vec{v} =$ constant

(iii) $\vec{r} \times \vec{v} =$ constant (iv) $\vec{r} \times \vec{v} = rv$

(e) A particle moves in a force field $F(\vec{r}) = f(r)\vec{r}$. Which of the following statements is correct ?

$F(\vec{r}) = f(r)\vec{r}$ বলক্ষেত্ৰ এখনত কণিকা এটাই গতি কৰিলে তলৰ কোনটো মন্তব্য শুদ্ধ হ'ব ?

(i) Acceleration is zero.

ত্বৰণ হয় শূন্য।

(ii) Angular momentum is zero.

কৌণিক ভৰবেগ হয় শূন্য।

(iii) Angular momentum is conserved.

কৌণিক ভৰবেগৰ সংৰক্ষণ হয়।

(iv) The particle moves in straight line.

কণিকাটোৱে সৰল ৰেখাত গতি কৰে।

(f) Escape velocity from a planet whose radius is same as that of the Earth but whose acceleration due to gravity is 10 times that of the Earth is

এটা গ্ৰহৰ ব্যাসাৰ্ধ পৃথিৱীৰ ব্যাসাৰ্ধৰ সমান, কিন্তু ইয়াত মাধ্যাকৰ্ষণিক ত্বৰণৰ মান পৃথিৱীৰ 10 গুণ। এই গ্ৰহটোত পলায়ন বেগ হ'ব

(i) 10 times of Earth

পৃথিৱীৰ 10 গুণ

(ii) 1/10th of Earth

পৃথিৱীৰ 1/10 অংশ

(iii) $\sqrt{10}$ times of Earth

পৃথিৱীৰ $\sqrt{10}$ গুণ

(iv) $\frac{1}{\sqrt{10}}$th of Earth

পৃথিৱীৰ $\frac{1}{\sqrt{10}}$ অংশ

(g) Equation of motion of a simple harmonic oscillator is given by $d^2x/dt^2 + 8x = 0$. What is the frequency of oscillation ?

সৰল পৰ্যাবৃত্ত দোলক কণিকা এটাৰ গতিৰ সমীকৰণটো হ'ল $d^2x/dt^2 + 8x = 0$. ইয়াৰ কম্পনাংক কিমান?

(i) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ Hz

(ii) 2π Hz

(iii) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ Hz

(iv) $\sqrt{2}$ Hz

(h) Young's modulus of a wire is $Y_i = 2\times10^{10}\text{N/m}^2$. If it is reduced to $\frac{1}{2}\times10^{10}\text{N/m}^2$, what will be the longitudinal strain produced if the wire is under same stress ?

এডাল তাঁৰৰ ইয়ঙৰ গুণাংক হ'ল $Y_i = 2\times10^{10}\text{N/m}^2$.

যদি এই মান কমি $\frac{1}{2} \times 10^{10} N/m^2$ হয় তেন্তে একে চাপৰ বাবে তাঁৰডালত অনুদৈৰ্ঘ্য টান কিমান পৰিব?

(i) Stress $\times \frac{1}{4} Y_i$ (ii) Stress $\times 4Y_i$

চাপ $\times \frac{1}{4} Y_i$ চাপ $\times 4Y_i$

(iii) Stress $\times \frac{1}{2} Y_i$ (iv) Stress $\times 2Y_i$

চাপ $\times \frac{1}{2} Y_i$ চাপ $\times 2Y_i$

(i) An observer is moving with velocity v parallel to a light ray. With respect to the observer the velocity of the light ray will be

পৰ্যবেক্ষক এজনে v বেগেৰে পোহৰৰ ৰশ্মি এটাৰ সমান্তৰাল ভাৱে গতি কৰি আছে। পৰ্যবেক্ষকজন সাপেক্ষে পোহৰৰ ৰশ্মিটোৰ বেগ হ'ব

(i) C – v (ii) C + v

(iii) C (iv) 0

2. Answer any *four* questions : 2×4=8

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) The angular momentum of a bicycle rim decreases from 3.00 to 0.800 $kg.m^2/sec$ in 1.50 sec. What is the torque acting on the rim ? 2

চাইকেলৰ চকাৰ ঘুৰি থকা ৰিমটোৰ কৌণিক ভৰবেগ 1.50 ছেকেণ্ডৰ ভিতৰত 3.00ৰ পৰা 0.800 $kg.m^2$ / ছেকেণ্ড লৈ কমিল। ৰিমটোৰ ওপৰত প্ৰযোজ্য হোৱা বল ভ্ৰামকৰ মান কিমান ?

(b) A force acts on a 3.0 kg. particle in such a way that its position (x) is given by $x = (3.0)t - (4.0)t^2 + (1.0)t^3$ (x in meters and t is in seconds). Find the work done on the object by the force from $t = 0$ to $t = 4.0$ sec. 2

বল এটা প্ৰয়োগ কৰাৰ ফলত কণিকা এটাৰ স্থান সময়ৰ লগত তলত দিয়া ধৰণে সলনি হয়। $x = (3.0)t - (4.0)t^2 + (1.0)t^3$ ইয়াত x মিটাৰ আৰু t ছেকেণ্ডত জোখ হৈছে। $t = 0$ ৰ পৰা $t = 4.0$ ছেকেণ্ড সময়ৰ অন্তৰাল বলটোৱে কণিকাটোৰ ওপৰত কৰা কাৰ্য্যৰ পৰিমাণ গণনা কৰা।

(c) How far is the center of mass of the Earth-Moon system from the center of Earth? Given mass of Earth $m_1 = 5.98 \times 10^{24}$ kg, mass of Moon $m_2 = 7.36 \times 10^{22}$ kg, and their separation is $d = 3.82 \times 10^8$ m. 2

পৃথিৱী আৰু চন্দ্ৰৰ পদ্ধতিটোৰ ভৰকেন্দ্ৰটো পৃথিৱীৰ কেন্দ্ৰৰ পৰা কিমান দূৰত অৱস্থিত? দিয়া আছে, পৃথিৱীৰ ভৰ $m_1 = 5.98 \times 10^{24}$ kg, চন্দ্ৰৰ ভৰ $m_2 = 7.36 \times 10^{22}$ kg আৰু পৃথিৱীৰ পৰা চন্দ্ৰৰ দূৰত্ব $d = 3.82 \times 10^8$m.

(d) An astronaut puts a 7.20 kg ball into a circular orbit around the Earth at a height h = 350 km. Calculate the total energy of the ball. Given radius of the Earth = 6370 km, mass of Earth = 5.98×10^{24} kg. 2

মহাকাশচাৰী এজনে পৃথিৱী পৃষ্ঠৰ পৰা 350 km উচ্চতাত 7.20 kg ভৰৰ বস্তু এটাক বৃত্তাকাৰ কক্ষপথত স্থাপন কৰিলে। বস্তুটোৰ মুঠ শক্তি গণনা কৰা। দিয়া আছে, পৃথিৱীৰ ভৰ = 5.98×10^{24} kg. আৰু পৃথিৱীৰ ব্যাসাৰ্ধ = 6370 km.

Or / অথবা

A particle of mass m is moving around a planet of mass M in a circular orbit of radius r due to gravitational force. Show that total energy of the mass is $E = -\dfrac{GmM}{2r}$.

মহাকৰ্ষণৰ প্ৰভাৱত m ভৰৰ বস্তু এটা M ভৰৰ গ্ৰহ এটাৰ চৌপাশে r ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তীয় কক্ষপথত পৰিভ্ৰমণ কৰি আছে। দেখুওৱা যে বস্তুটোৰ মুঠ শক্তি

$$E = -\frac{GmM}{2r}.$$

(e) Position of a damped oscillator is given by $x(t) = ae^{-bt/2m}\cos(\omega t+\alpha)$. Where a is the amplitude, b is the damping constant. What is the energy of the oscillator ? At what time the amplitude becomes half of its intial value? 2

অৱমন্দিত দোলক এটাৰ x স্থানাংক হ'ল $x(t) = ae^{-bt/2m}\cos(\omega t+\alpha)$ যত a হ'ল দোলকৰ বিস্তাৰ আৰু b হ'ল অৱমন্দন ধ্ৰুৱক। দোলকটোৰ শক্তি কিমান? কিমান সময়ৰ অন্তৰালত দোলকটোৰ বিস্তাৰ প্ৰাৰম্ভিক বিস্তাৰৰ আধা হ'ব ?

3. Answer any *three* questions : 5×3=15

যিকোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) What couple must be applied to a 1m long wire of diameter 1 mm in order to twist it through 90^0 and the other end remaining fixed? The rigidity modulus is $\eta = 2.8\times10^{10}\,Nm^{-2}$. 5

1m দীঘল আৰু 1 mm ব্যাসৰ তাঁৰ এডাল 90°ত পকোৱা গ'ল। তাঁৰডালৰ আনটো মূৰ যদি স্থিৰ থাকে বুলি ধৰা হয় তেন্তে তাঁৰডাল পকাবলৈ কিমান বলভ্ৰামক লাগিব? তাঁৰডালৰ দৃঢ়তা গুণাংক হ'ল $\eta = 2.8 \times 10^{10} Nm^{-2}$।

(b) A particle is moving with velocity 1.5×10^7 m/sec along +X axis. Another particle is moving along – X axis with same velocity. What will be the relative speed of the second particle with respect to the first particle as per law of relativistic addition of velocity ? How much different your answer is from Galilean Law of velocity addition ?

A 1m long rod is moving with a velocity $v = 0.8C$ m/sec. How much will be the length contraction ? 2+1+2=5

কণিকা এটা 1.5×10^7m/sec বেগেৰে +X অক্ষৰ দিশত গতি কৰিছে। একেই বেগেৰে – X অক্ষৰ দিশত আন এটা কণিকাই গতি কৰিছে। আপেক্ষিকতাবাদৰ বেগৰ যোগ পদ্ধতি মতে প্ৰথমটো কণিকা সাপেক্ষে দ্বিতীয় কণিকাটোৰ বেগ কিমান হ'ব? এই উত্তৰটোৰ মান গেলিলিয় বেগৰ যোগ পদ্ধতিৰে পোৱা উত্তৰতকৈ কিমান বেলেগ? 1m দৈৰ্ঘ্যৰ স্কেল এডাল $v = 0.8C$ m/sec বেগেৰে গতি কৰিছে। স্কেলডালৰ দৈৰ্ঘ্য সংকোচন কিমান হ'ব?

(c) Show that energy of a damped oscillator decays exponentially. If $b < \sqrt{km}$, what kind of oscillation do you expect ? The mass of a damped oscillator is $m = 200g$, spring constant is $k = 90 Nm^{-1}$ and dampend constant is $b = 40\ gs^{-1}$. Calculate the time $t_{1/2}$ at which energy of the oscillator becomes half of its initial energy. 2+1+2=5

অৱমন্দিত দোলক এটাৰ ভৰ $m = 200g$. স্প্ৰিং ধ্ৰুৱক $k = 90 Nm^{-1}$ আৰু অৱমন্দন ধ্ৰুৱক $b = 40 gs^{-1}$। কিমান সময়ত দোলকৰ শক্তি প্ৰাৰম্ভিক শক্তিৰ আধা হ'ব? দেখুওৱা যে অৱমন্দিত দোলকৰ শক্তি সূচকীয়ভাৱে (exponentially) হ্ৰাস পায়।

যদি $b < \sqrt{km}$ হয়, কেনেকুৱা দোলন আশা কৰিব পাৰি ?

(d) A rocket of mass m is moving along x-axis with velocity v. Fuel of mass dm' is ejected with constant velocity u in the backward direction. Use conservation of linear momentum to show that change in velocity of the rocket is $dv = u\, dm'/m$. If $dm = -dm'$ is the charge in mass of the rocket, show that final velocity of the rocket is

$v = v_0 + u \ln(m_0/m)$, where v_0 is the initial velocity and m_0 is the initial mass of the rocket. What measure is taken by engineers to maximize the rocket's final velocity ?

2+2+1=5

m ভৰৰ ৰকেট এটা x-অক্ষৰ দিশত v বেগেৰে গতি কৰিছে। dm′ পৰিমাণৰ ইন্ধন ৰকেটৰ পিছফাললৈ u বেগেৰে বাহিৰ ওলাই গ'ল (ৰকেটৰ গতিৰ বিপৰীত দিশত)। ৰৈখিক ভৰবেগৰ সংৰক্ষণ সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি দেখুওৱা যে ৰকেটৰ বেগৰ সলনিৰ পৰিমাণ $dv = u\, dm'/m$. যদি $dm = -dm'$ ৰকেটৰ ভৰৰ সলনিৰ পৰিমাণ হয় দেখুওৱা যে ৰকেটটোৰ অন্তিম বেগ

$$v = v_0 + u \ \ln(m_0/m).$$

ইয়াত v_0 হ'ল ৰকেটৰ প্ৰাৰম্ভিক বেগ আৰু m_0 হ'ল ৰকেটৰ প্ৰাৰম্ভিক ভৰ। ৰকেটৰ অন্তিম বেগ সৰ্বোচ্চ কৰিবলৈ অভিযন্তা সকলে কি ব্যৱস্থা লয় ?

(e) Show that for a central force $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\,\vec{r}$, angular momentum is conserved. Show that areal velocity of a particle moving in a central force field is constant. Give the statement of Kepler's third law.

2+2+1=5

যদি কেন্দ্ৰীয় বল এটা $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\,\vec{r}$ বুলি প্ৰকাশ কৰা হয় প্ৰমাণ কৰা যে কৌণিক ভৰবেগৰ সংৰক্ষণ হয়। দেখুওৱা যে কেন্দ্ৰীয় বলক্ষেত্ৰ এখনত গতি কৰি থকা কণিকা এটাৰ ক্ষেত্ৰ বেগ বা areal velocity ধ্ৰুৱক ৰাশি। কেপলাৰ তৃতীয় সূত্ৰটো প্ৰকাশ কৰা।

4. Answer any *three* questions : 10×3=30

যিকোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) A copper wire of 2m length and $6.25\times10^{-5}\text{m}^2$ cross-section is found to stretch by an amount 3×10^{-3}m under a tension of 1×10^3 N. Calculate the Young's modulus of the wire.

Establish the relation between Young's modulus (Y), bulk modulus (k) and rigidity modulus (η). 3+7=10

2m দীঘল আৰু $6.25\times10^{-5}\text{m}^2$ পৃষ্ঠকালিৰ কপাৰৰ তাঁৰ এডাল 1×10^3N বল প্ৰয়োগ কৰাৰ ফলত 3×10^{-3}m দীঘল হ'ল। তাঁৰডালৰ ইয়ঙৰ গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা।

ইয়ঙৰ গুণাংক (Y), আয়তন গুণাংক (k) আৰু দৃঢ়তা গুণাংক (η)ৰ মাজৰ গণিতীয় সম্পৰ্ক স্থাপন কৰা।

(b) Write down the equation of motion of a torsional pendulum and show that its time period is $T = 2\pi\sqrt{I/C}$, where I is the moment of inertia and C is couple per unit twist. Describe how torsional pendulum can be used to determine rigidity modulus.

2+2+6=10

ঘূৰ্ণায়মান দোলক এটাৰ গতিৰ সমীকৰণটো লিখা আৰু দেখুওৱা যে ইয়াৰ দোলনৰ পৰ্য্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{I/C}$ যত I হ'ল দোলকটোৰ জড় ভ্ৰামক আৰু C হ'ল প্ৰতি একক কৌণিক সৰণৰ বাবে লগা বল ভ্ৰামক। ঘূৰ্ণায়মান দোলকৰ সহায়ত দৃঢ়তা গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা পদ্ধতিটো বৰ্ণনা কৰা।

(c) The position vector of a particle is xy plane is given by $\vec{r} = a\cos\omega t\,\hat{i} + b\sin\omega t\,\hat{j}$ where a, b and ω are constants. Show that the particle follows the equation of motion,

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \omega^2\vec{r} = 0.$$

In xy plane the force acting on a particle is $\vec{F} = (2.0x)\hat{i} + (3.5x^2)\hat{j}$. If the displacement vector is $d\vec{r} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$, calculate the work done by the force in bringing the particle from the point (0, 0) to the point (2, 4) along

the curve $y=x^2$. If the velocity of the particle of mass 1.0 kg at the point (2, 4) is 40m/sec, what was the velocity at the initial point ? 2+5+3=10

xy সমতলত কণিকা এটাৰ অৱস্থান ভেক্টৰটো হ'ল $\vec{r} = a\cos\omega t\,\hat{i} + b\sin\omega t\,\hat{j}$ যত a, b, আৰু ω ধ্ৰুৱক ৰাশি। দেখুওৱা যে কণিকাটোৱে তলৰ অৱকল সমীকৰণটো মানি চলে $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \omega^2\vec{r} = 0$.

xy সমতলত কণিকা এটাৰ ওপৰত ক্ৰিয়াশীল বলটো হ'ল $\vec{F} = (2.0x)\hat{i} + (3.5x^2)\hat{j}$. যদি সৰণ ভেক্টৰটো $d\vec{r} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$ হয় $y=x^2$ বক্ৰৰেখাৰে (0,0) বিন্দুৰ পৰা (2, 4) বিন্দুলৈ স্থানান্তৰ কৰোতে কণিকাটোৰ ওপৰত বলটোৱে কৰা কাৰ্য্যৰ পৰিমাণ গণনা কৰা। যদি (2, 4) বিন্দুত 1.0 kg ভৰৰ কণিকা এটাৰ বেগ 40m/sec হয় তেন্তে কণিকাটোৰ প্ৰাৰম্ভিক বেগ নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Construct the differential equation of a simple harmonic oscillator. Deduce that acceleration of the oscillator is proportional to square of its angular frequency. Neatly draw the displacement x(t) of a simple harmonic oscillator, underdamped oscillator and overdamped oscillator. Neatly draw a

compound pendulum showing the centre of mass, point of suspension, moment of the force and the angular displacement. Express its time period. 2+1+3+2+2=10

সৰল পৰ্য্যাবৃত্ত দোলক এটাৰ অৱকল সমীকৰণটো নিৰ্ধাৰণ কৰা। দেখুওৱা যে এই দোলকটোৰ ত্বৰণ কৌণিক কম্পনাংকৰ বৰ্গৰ সমানুপাতিক। এটা পৰিষ্কাৰ চিত্ৰত সৰল পৰ্য্যাবৃত্ত দোলক, অনৱমন্দিত দোলক আৰু অধিক অৱমন্দিত দোলকৰ সৰণ x(t) দেখুওৱা। যৌগিক দোলক (compound pendulum) এটাৰ ওলোমাই ৰখা বিন্দু, ভৰকেন্দ্ৰ, বলযুগ্ম আৰু কৌণিক সৰণ দেখুৱাই চিত্ৰিত কৰা। ইয়াৰ দোলনকাল প্ৰকাশ কৰা।

(e) What are the postulates of special relativity? Express Lorentz transformation equations for two reference frames moving relative to each other along X-axis. Deduce length contraction. Obtain the formula for addition of velocities from Lorentz transformation equations. 2+4+2+2=10

বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদৰ স্বীকাৰ্য্যসমূহ লিখা। লৰেন্টজৰ ৰূপান্তৰণ সমীকৰণবোৰ প্ৰকাশ কৰা, যদিহে দুখন প্ৰসংগ প্ৰণালী ইখন সিখনৰ সাপেক্ষে X-অক্ষৰ দিশেৰে গতি কৰে। দৈৰ্ঘ্যৰ সংকোচনৰ পৰিঘটনাটো উলিওৱা। লৰেন্টজৰ ৰূপান্তৰণ সূত্ৰৰ পৰা বেগৰ যোগ কৰা সূত্ৰটো নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Describe the method of solving a differential equation of the type

$$a_1\frac{d^2y}{dx^2}+a_2\frac{dy}{dx}+a_3y=0$$

where a_1, a_2, a_3 are constants. Use it to obtain the solution of the equation for a damped oscillator

$$\frac{d^2y}{dt^2}+2b\frac{dy}{dt}+w^2y=0$$ 7+3=10

তলৰ অৱকল সমীকৰণটোৰ সমাধান কৰা পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

$a_1\frac{d^2y}{dx^2}+a_2\frac{dy}{dx}+a_3y=0$ যত a_1, a_2 আৰু a_3 ধ্ৰুৱক ৰাশি। এই পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ অৱমন্দিত দোলনৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা। $\frac{d^2y}{dt^2}+2b\frac{dy}{dt}+w^2y=0$.